



LMNT nytt



2020:2 oktober

FÖRENINGEN FÖR LÄRARN I MATEMATIK, NATURVETENSKAP OCH TEKNIK



Matematik och naturvetenskap kan vara inspiration för konstnärer. En av dem är Linda Jarlskog, lärare i matematik och fysik i Lund. De fyra konstverken ovan kallar hon Mörk materia, Knutteori, Mörk energi resp. Arkimedes pussel. Beskrivningar av verken finns på sidan 13. På sidorna 14-17 presenterar Linda ett skolprojekt.



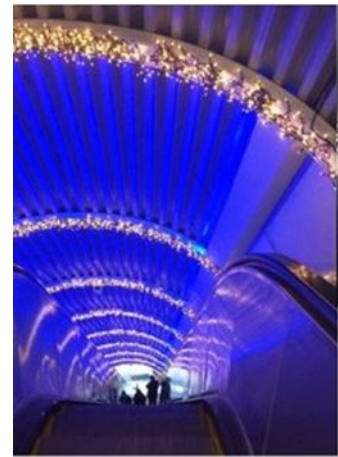
Med telefonen i en rulltrappa

1. Telefonen som mätinstrument: Lufttryck, kraft och rotation

Telefonens sensorer ger många nya möjligheter att illustrera och studera rörelse. Mätdata är lättillgängliga via appar, som Physics Toolbox Sensor Suite (vieyrasoftware.net) och PhyPhoX (Physics Phone Experiments, phyphox.org). Många telefoner har en trycksensor som kan användas i en hiss eller rulltrappa för att mäta höjdförändringen, som i sin tur kan användas för att få en graf över hur hastigheten i vertikalled varierar med tiden.

Kroppens upplevelser av krafter i olika situationer kan fångas av telefonens accelerometer. Även om acceleration som andraderivata av läget kan uppfattas som ett ganska abstrakt begrepp så är krafterna på kroppen påtagliga. Acceleration kan också introduceras genom Newtons andra lag, i formen $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$.

Eftersom tyngdkraften, $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$, alltid verkar så kan den totala kraften på ett föremål skrivas som $\mathbf{F} = m\mathbf{g} + \mathbf{X}$, där \mathbf{X} är summan av övriga krafter som bidrar till accelerationen. I fritt fall, där bara gravitationen verkar är $\mathbf{X} = 0$ och $\mathbf{a} = \mathbf{g}$. I vila eller rörelse med konstant hastighet, dvs $\mathbf{a} = 0$, blir i stället $\mathbf{X} = -m\mathbf{g}$. (Om man vill arbeta med tröghetskrafter så kan man se $-\mathbf{X}$ som den ”upplevda tyngdkraften”).



Figur 1. Rulltrappa på Liseberg, sedd utifrån och inifrån, tillsammans med en detalj av ett steg i rulltrappan. Mätningar på plats visar att $h \approx 20$ cm och $L \approx 40$ cm.

Traditionellt definieras koordinataxlarna för biomekaniska effekter på människokroppen så att x -axeln pekar framåt och z -axeln upp längs ryggraden. För att få ett högersystem måste y -axeln sedan peka åt vänster. Tag fram telefonen, ladda ned någon av apparna och undersök telefonens axlar!

Många telefoner har också tillgång till gyroskop, som mäter vinkelhastigheter runt x -, y - och z -axlarna. Dessa rotationer kallas rulla, tippa och gira (roll, pitch, yaw) och kan ses som att en gymnast hjular, gör en kullerbytta eller en piruett.



Figur 2. Krafter på en person som åker i Lisebergbanans ‘uppdrag’. Krafterna är uttryckta i ett koordinatsystem som följer med den som åker, där x -axeln pekar framåt, z -axeln pekar upp från sätet och y -axeln måste då peka till vänster för att få ett högersystem. Trots namnet mäter en accelerometer inte acceleration utan i stället vektorn $\mathbf{a} - \mathbf{g} = \mathbf{X}/m$, som är oberoende av massan. (Beroende på inställning kan den också visa \mathbf{X}/g). Detta gäller både accelerometern i telefonen och mer traditionell utrustning (som t.ex. från Pasco eller Vernier). Vektorn \mathbf{X}/m ger en formell definition till det som ofta kallas ”G-kraft”.



2. Lutande plan och rulltrappor

Kraft och rörelse i lutande plan är en obligatorisk del av varje introduktionskurs i fysik, och undervisningen innehåller vanligtvis kraftpilar i läroboken, och möjligen också block, dynamometrar och demonstrationer för att illustrera att normalkraften måste vara $F_n = mg \cdot \cos\theta$ (figur 1, N_z) och den tangentiella kraften $F_x = mg \cdot \sin\theta$ (figur 1, N_x) för att kompensera för den nedåtgående tyngdkraften, $F_g = mg$, så att kroppen är i vila eller rör sig med konstant hastighet. En berg- och dalbanas "uppdrag" är ett exempel på lutande plan, där krafterna verkar på din egen kropp, som i figur 1.

Krafterna på ett lutande plan kan också illustreras med telefonens accelerometer.

Handledaren på en rulltrappa lutar lika mycket som uppdraget i Lisebergbanan, dvs 30° . Rulltrappor knyter ihop olika nivåer i butiker, stationer och nöjesparker. När en rulltrappa rör sig uppåt (eller nedåt) är rörelsen ett exempel på Newtons första lag, där kraften från rulltrappan på en person som åker i den måste kompensera för tyngdkraften. Detta gäller även för en telefon placerad på "handledaren". Men medan kraften på en person pekar rakt upp från steget, är telefonens axlar orienterade med lutningen. (Hur kan de olika graferna i figur 2 avslöja om rörelsen är uppåt eller nedåt?)

Krafterna som visas i figur 2 överensstämmer väl med en vinkel $\theta \approx 30^\circ$ som också erhålls från mätningen av rulltrappans längd och höjd. För denna vinkel förväntas normalkraften på telefonen (i z -riktningen i graferna) vara $mg \cdot \cos\theta$ som har värdet mg medan kraften i rörelseriktningen (definierad som x axeln i graferna) ges av $\pm mg \cdot \sin\theta = \pm mg/2$.

Ett tredje sätt att uppskatta vinkeln θ är att använda relationen $\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^t \omega(t) dt$ och utföra en numerisk integration av data för vinkelhastigheten, $\omega(t)$. En approximation erhålls genom att räkna rektanglar i diagrammet i figur 3, som en påminnelse för eleverna att integration kan tillämpas på andra relationer och variabler än dem som vanligtvis används under matematiklektioner.

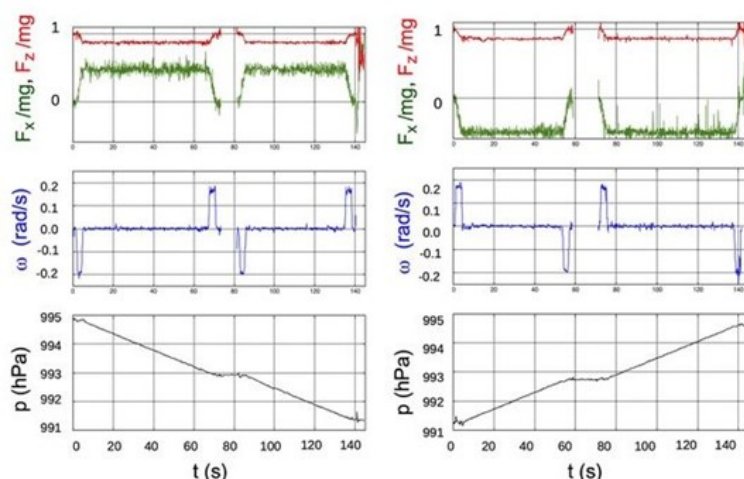
3. Att kontrollera sina resultat

Data från en rulltrappa ger ytterligare sätt att kontrollera resultaten: Tryckskillnaden över den längsta rulltrappan som visas i figur 3 är $\Delta p \approx 2$ hPa. För en densitet på $\rho \approx 1,3$ kg/m³ för luften svarar detta mot $\Delta h \approx 16$ m. En manuell räkning i en rulltrappa som inte rörde sig kom fram till att det var 87 steg med 20 cm höjd, men lite mindre för några steg i vardera änden. Cirka 80 steg à 20 cm/steg ger också $\Delta h \approx 16$ m.

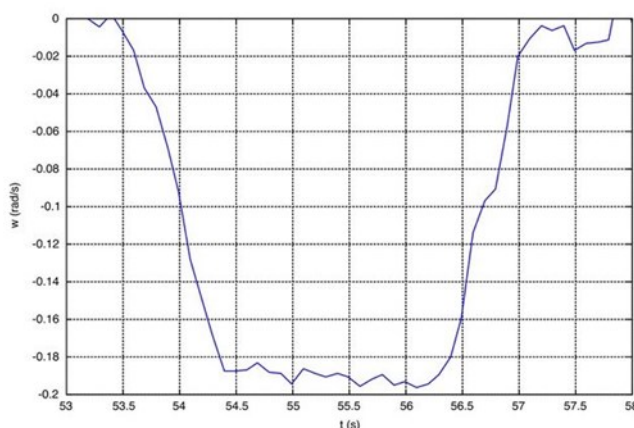
Diagrammet visar att uppförsbacken i den längsta rulltrappan tar cirka 64 sekunder vilket motsvarar en vertikal hastighetskomponent på 0,25 m/s. Måtten som visas i figur 1 ger en lutning på 30° (observera att $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ och $\sin 30^\circ = 0,5$). För långa rulltrappor är 30° den internationella standardlutningen och 0,5 m/s är en vanlig hastighet som visat sig ge optimal kapacitet för ett kontinuerligt flöde av människor. Detta motsvarar en vertikal hastighetskomponent på 0,25 m/s, vilket stämmer väl med de uppmätta värden för ändringen i höjddled.



Utanför skolans värld kan man inte alltid kontrollera svaret genom att bläddra i facit, utan försöker i stället få överensstämmelse mellan flera olika sätt att få fram resultatet. Telefonen som mätinstrument ger nya möjligheter!



Figur 3. Accelerometer, gyroskop och tryckdata, när man åker upp i rulltrappan i figur 1 och sedan ner igen. Rulltrappan är uppdelad i två delar med en korsande stig mellan dem. Brusiga data från promenaden över vägen mellan rulltrappans två delar är uteslutna ur diagrammet. Den nedre rulltrappan har cirka 87 steg.



Figur 4. Detalj av vinkelhastighetsdata från en av graferna i figur 2. Integrering över vinkelhastigheten ger förändringen i vinkel från horisontell till rulltrappans lutning. Varje rektangel motsvarar en vinkelförändring på 0,01 radian $\approx 0,57^\circ$. Vinkeln 30° svarar mot ungefär 0,52 rad.

Ann-Marie Pendrill, Ann-Marie.Pendrill@fysik.lu.se, var under tiden 2009-2019 föreståndare för Nationellt resurscentrum för fysik, Lunds universitet, där hon nu är seniorprofessor.

Denna artikel bygger delvis på *Smartphones and Newton's first law in escalators and roller coasters* i *Physics Education* **55** (3) 035016 (2020) <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6552/ab7682>. Bilden i Figur 1 är tagen från den artikeln.

Miss inte att lyssna på Ann-Marie Pendrill i <https://youtu.be/M5A6GkWA1kg> Filmen handlar om Newtons första lag i rulltrappor och i berg- och dalbanor.